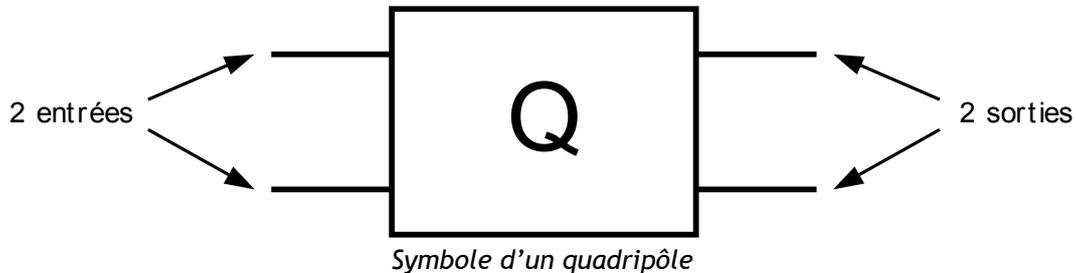


Les quadripôles linéaires

I - Définition d'un quadripôle

- Un quadripôle Q est un circuit possédant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie :



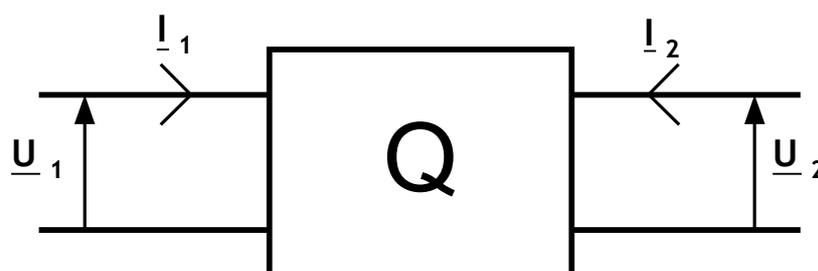
- Un quadripôle est dit **linéaire** si son schéma équivalent ne comporte que des éléments linéaires (R, L, et C).
- Un quadripôle est dit **passif** s'il est possible d'en déterminer un schéma équivalent ne comportant ni générateur de tension, ni générateur de courant.
- Un quadripôle est dit **symétrique** s'il présente le même aspect vu de l'entrée et vu de la sortie.
- Un quadripôle est dit **réciproque** s'il est à la fois passif et symétrique.

Les quadripôles étudiés à l'aide des paramètres complexes (les paramètres impédance et les paramètres admittance) sont des quadripôles **linéaires**.

II - Les conventions utilisées pour l'étude d'un quadripôle

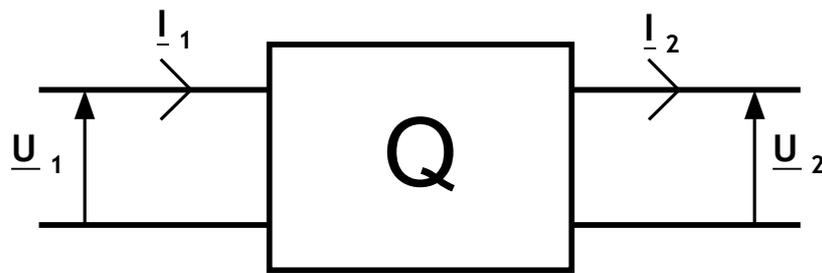
Il existe deux conventions possibles pour étudier un quadripôle :

La convention « **Récepteur en sortie** » : le courant de sortie \underline{I}_2 est fléché entrant vers le quadripôle :



Convention « Récepteur en sortie »

La convention « **Générateur en sortie** » : le courant de sortie \underline{I}_2 est fléché sortant du quadripôle :



Convention « Générateur en sortie »

La seule différence entre les deux conventions est le sens du courant I_2 sur le schéma, ce qui se traduira par un signe inverse du courant I_2 dans les équations.

En pratique, on utilise généralement la convention « **Récepteur en sortie** » pour étudier un quadripôle.

III - Les paramètres impédance d'un quadripôle

Un quadripôle linéaire est complètement décrit par les deux équations suivantes, faisant intervenir les 4 grandeurs d'entrée et de sortie :

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2$$

Ces équations expriment chacune des tensions en fonction des deux courants.

Les 4 coefficients complexes \underline{Z}_{xx} sont **les paramètres impédance du quadripôle**.

Définition de chacun des 4 paramètres impédance du quadripôle :

$$\underline{Z}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \quad \text{lorsque } \underline{I}_2 = 0 : \text{c'est l'impédance d'entrée à sortie ouverte}$$

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \quad \text{lorsque } \underline{I}_1 = 0 : \text{c'est l'impédance de transfert à entrée ouverte}$$

$$\underline{Z}_{21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \quad \text{lorsque } \underline{I}_2 = 0 : \text{c'est l'impédance de transfert à sortie ouverte}$$

$$\underline{Z}_{22} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \quad \text{lorsque } \underline{I}_1 = 0 : \text{c'est l'impédance de sortie à entrée ouverte}$$

IV - Cas particuliers des quadripôles passifs et des quadripôles symétriques

Si un quadripôle est passif ou symétrique, certains de ses paramètres impédance sont égaux :

Convention → Quadripôle ↓	Récepteur en sortie	Générateur en sortie
passif	$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$	$\underline{Z}_{12} = -\underline{Z}_{21}$
symétrique	$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22}$	$\underline{Z}_{11} = -\underline{Z}_{22}$

Un quadripôle est *réciproque* lorsque $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$ et $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22}$ (en convention Récepteur en sortie).

V - Les paramètres admittance d'un quadripôle

Un quadripôle linéaire est complètement décrit par les deux équations suivantes, faisant intervenir les 4 grandeurs d'entrée et de sortie :

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 &= \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{aligned}$$

Ces équations expriment chacun des courants en fonction des deux tensions.

Les 4 coefficients complexes \underline{Y}_{xx} sont *les paramètres admittance du quadripôle*.

Définition de chacun des 4 paramètres admittance du quadripôle :

$$\underline{Y}_{11} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \text{ lorsque } \underline{U}_2 = 0 : \text{c'est l'admittance d'entrée à sortie à la masse}$$

$$\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \text{ lorsque } \underline{U}_1 = 0 : \text{c'est l'admittance de transfert à entrée à la masse}$$

$$\underline{Y}_{21} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \text{ lorsque } \underline{U}_2 = 0 : \text{c'est l'admittance de transfert à sortie à la masse}$$

$$\underline{Y}_{22} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \text{ lorsque } \underline{U}_1 = 0 : \text{c'est l'admittance de sortie à entrée à la masse}$$

VI - Cas particuliers des quadripôles passifs et des quadripôles symétriques

Si un quadripôle est passif ou symétrique, certains de ses paramètres admittance sont égaux :

Convention → Quadripôle ↓	Récepteur en sortie	Générateur en sortie
passif	$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$	$\underline{Y}_{12} = - \underline{Y}_{21}$
symétrique	$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$	$\underline{Y}_{11} = - \underline{Y}_{22}$

Un quadripôle est *réciproque* lorsque $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$ et $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$ (en convention Récepteur en sortie).

VII - Relation entre les paramètres impédance et les paramètres admittance

Si on connaît les 4 paramètres impédance d'un quadripôle, les relations ci-dessous nous donnent les 4 paramètres admittance. Les paramètres admittance ne sont pas obtenus en inversant simplement les paramètres impédance :

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11} &= \frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{\Delta}} & \underline{Y}_{12} &= - \frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{\Delta}} \\ \underline{Y}_{21} &= - \frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{\Delta}} & \underline{Y}_{22} &= \frac{\underline{Z}_{11}}{\underline{\Delta}} \end{aligned}$$

$$\text{avec } \underline{\Delta} = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{21}$$

Remarque concernant le coefficient complexe delta : $\underline{\Delta}$ est le déterminant de la matrice impédance.